



การศึกษาระบบล้อและเพลลาโดยใช้เทคนิคการวิเคราะห์วีดิโอความเร็วสูง

Study of wheel and axle system using high-speed video analysis technique

จิราภรณ์ ปุณยวัจนพรกุล^{1*} กชกร มั่งมี² และ อรุณา เมธาเกษร²

¹คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่ อ.เมือง จ.เชียงใหม่ 50300

²คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีการเกษตร มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลล้านนา เชียงใหม่ อ.เมือง จ.เชียงใหม่ 50300

Jiraporn Poonyawatpornkul^{1*} Kochakorn Mangmee² and Onuma Methakeson²

¹Faculty of Science and Technology, Chiang Mai Rajabhat University, Maung, Chiangmai, 50300 Thailand

²Faculty of Sciences and Agricultural Technology, Rajamangala University of Technology Lanna, Muang, Chiang Mai, 50300 Thailand

*Corresponding Author, E-mail: Jiraporn.poon@gmail.com

Received: 13 September 2019 | Revised: 16 December 2019 | Accepted: 26 December 2019

บทคัดย่อ

การศึกษานี้ใช้เทคนิคการวิเคราะห์วีดิโอความเร็วสูงที่อัตรา 240 เฟรมต่อวินาที และโปรแกรมการวิเคราะห์วีดิโอ Tracker เพื่อบันทึกและศึกษาพฤติกรรมของระบบล้อและเพลลา มีการวิเคราะห์การเคลื่อนที่แบบหมุนของระบบล้อและที่ถูกล่วงด้วยมวลแตกต่างกัน เพื่อหาประสิทธิภาพของล้อและเพลลา ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานแบบหมุน และพลังงานกลในระบบล้อและเพลลา โดยผลการศึกษพบว่าระบบล้อและเพลลาที่ใช้ในการทดลองมีประสิทธิภาพเท่ากับ 83.29 % และค่าสัมประสิทธิ์ ความเสียดทานแบบหมุน มีค่าเท่ากับ $1.64 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$ และพบว่าพลังงานกลในระบบเป็นแบบไม่อนุรักษ์พลังงาน เนื่องจากการสูญเสียพลังงานจากแรงเสียดทาน ผลการศึกษานี้แสดงให้เห็นว่าการใช้กล้องวีดิโอความเร็วสูงและการวิเคราะห์ภาพถ่ายวีดิโอ สามารถช่วยให้นักเรียนและครูทุกระดับการศึกษามองเห็นภาพปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นจริง และสามารถเชื่อมโยงปรากฏการณ์ดังกล่าวเข้ากับหลักการทางฟิสิกส์ที่ศึกษาในห้องเรียนได้

ABSTRACT

A high-speed video analysis technique at a rate of 240 frames s^{-1} and Tracker video analysis software were used to record and study the behavior of wheel and axle system. The motion of the rotating wheel and axle system and hung masses were analyzed. The efficiency of wheel and axle system, coefficient of rotational friction, and the total mechanical energy in the system were investigated. It was found that the efficiency of wheel and axle system was 83.29 % and the coefficient of rotational friction was $1.64 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$. Finally, the total mechanical energy in the system was not conserved during the rolling motion. The total energy lost was caused by the frictional force. From this study, the high-speed video and its analysis can help students and teachers for all levels to visualize simple physics phenomena and relate them to the physics principles learnt in the classroom.

คำสำคัญ: เทคนิคการวิเคราะห์วิดีโอความเร็วสูง Tracker ล้อและเพลลา สัมประสิทธิ์ความเสียดทานแบบหมุน พลังงานกล

Keywords: High-speed video analysis technique, Tracker, Wheel and axle, coefficient of rotational friction, Total mechanical energy

บทนำ

ปัจจุบันเทคโนโลยีที่ช่วยด้านการเรียนการสอนวิชาฟิสิกส์ถูกพัฒนาขึ้นให้มีประสิทธิภาพและราคาไม่แพง เพื่อประโยชน์ในการเสริมกิจกรรมการเรียนการสอนให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงหลักการและทฤษฎีที่เป็นพื้นฐานทางฟิสิกส์กับสถานการณ์จริง เช่น กล้องวิดีโอดิจิทัล Casio รุ่น EX-FH 100 และ EX-FH 20 ที่บันทึกการเคลื่อนที่ความเร็วสูงได้ถึง 1,000 เฟรมต่อวินาที แต่มีราคาไม่แพง ทำให้เทคนิคภาพถ่ายวิดีโอความเร็วสูงเป็นที่แพร่หลายในระดับผู้บริโภค บุคลากรทางการศึกษาสามารถจัดหาเพื่อนำมาใช้ประกอบการทำวิจัยหรือการทดลองทางฟิสิกส์ได้ (พรรัตน์และจิราภรณ์, 2555) จากบทความและงานวิจัยทางด้านฟิสิกส์ศึกษาเกี่ยวกับการใช้เทคนิคการถ่ายภาพวิดีโอความเร็วสูงในด้านการเรียนการสอน ทำให้สามารถหาค่าทางทฤษฎีทางฟิสิกส์ที่สำคัญ และบางงานวิจัยพบค่าความคลาดเคลื่อนเล็กน้อย เช่น การศึกษาของ Heck และ Uylings (2006) ที่ใช้กล้องดิจิทัลรุ่น EXILIM Pro EX-F1 อัตราการบันทึกภาพที่ 300 เฟรมต่อวินาที ศึกษาการตกแบบมีแรงต้านอากาศของลูกขนไก่ ผลการวิเคราะห์ภาพวิดีโอพบว่าสามารถหาอัตราเร็วขณะใดขณะหนึ่งของลูกขนไก่ได้และคำนวณหาสัมประสิทธิ์ของแรงต้านอากาศ (drag coefficient) ขณะทดลองมีค่าเป็น 0.48 ซึ่งสอดคล้องกับค่าจริงที่อยู่ในช่วง 0.48–0.53 การศึกษาของ Phommarach, Wattanakasiwich และ Johnston (2012) ที่ใช้เทคนิคการวิเคราะห์วิดีโอความเร็วสูงด้วยอัตราเร็วการบันทึกภาพ 300 เฟรมต่อวินาที ศึกษาการกลิ้งลงพื้นเอียงของทรงกระบอกตันและกลวง เพื่อใช้ประกอบการเรียนการสอนในชั้นเรียนและช่วยอธิบายผลของความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของทรงกระบอกทั้งสองลักษณะ เมื่อวิเคราะห์ภาพวิดีโอด้วยโปรแกรม Tracker สามารถเห็นภาพการกลิ้งแบบไม่ไถลของทรงกระบอกที่มุมน้อยกว่า 21.45° และสามารถวิเคราะห์หาเส้นรอบวงของทรงกระบอกที่มีความคลาดเคลื่อนจากค่าจริงเพียง 3 % Poonyawatpornkul และ Wattanakasiwich (2013) ได้ใช้เทคนิคการวิเคราะห์วิดีโอความเร็วสูง ศึกษาการเคลื่อนที่แบบสั้นของวัตถุติดสปริงใน

กลีเซอรินที่อุณหภูมิต่างกัน จากการวิเคราะห์ภาพวิดีโอสามารถเห็นภาพการสั้นของวัตถุ 3 ลักษณะคือ การหน่วงด้อย (Underdamping) การหน่วงวิกฤต (Critical damping) และการหน่วงเกิน (Overdamping) ผลการศึกษาสามารถเชื่อมโยงหลักการทางทฤษฎีกับสถานการณ์จริง งานวิจัยนี้จะสามารถช่วยผู้เรียนให้เห็นภาพการเคลื่อนที่ที่เป็นนามธรรมได้ เป็นต้น

จากผลการศึกษาข้างต้นทำให้ทราบว่าเทคนิคการวิเคราะห์วิดีโอความเร็วสูงนี้ สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาฟิสิกส์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ เพราะทำให้ผู้เรียนสามารถเห็นภาพสถานการณ์จริง และในส่วนของเนื้อหาทางฟิสิกส์ที่ยังเป็นปัญหาสำหรับผู้เรียนทั้งในระดับมัธยมศึกษาและระดับอุดมศึกษา คือ “การเคลื่อนที่แบบหมุน” มีงานวิจัยที่ศึกษาปัญหาดังกล่าว เช่น สรายุทธ (2554) พบว่านักศึกษาที่ลงทะเบียนเรียนรายวิชาฟิสิกส์ ส่วนใหญ่ยังมีความไม่เข้าใจหรือมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับโมเมนต์ความเฉื่อยของทรงกระบอกตันและกลวง โดยให้เหตุผลว่าเมื่อทรงกระบอกทั้งสองมีมวลเท่ากัน จะมีโมเมนต์ความเฉื่อยเท่ากัน เป็นต้น การศึกษาของ กฤตธรรมและคณะ (2561) พบว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษา ไม่เข้าใจโมเมนต์อินเนอร์ทีที่เป็นวิทยาศาสตร์ เกี่ยวกับการเคลื่อนที่แบบหมุน ส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาที่มีความซับซ้อนและไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้จากบทเรียนได้ และภาสสินและคณะ (2558) ได้ศึกษาแนวคิดเรื่องการเคลื่อนที่แบบหมุนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่านักเรียนร้อยละ 84 และ 60 มีแนวคิดวิทยาศาสตร์คลาดเคลื่อนในประเด็นพลังงานจลน์กับการเคลื่อนที่แบบหมุน และโมเมนต์ความเฉื่อย ตามลำดับ นักเรียนร้อยละ 32 มีแนวคิดวิทยาศาสตร์แบบ ไม่สมบูรณ์และแนวคิดคลาดเคลื่อนบางส่วนในประเด็น ทอร์กกับการเคลื่อนที่แบบหมุน และพบว่านักเรียนร้อยละ 48 มีแนวคิดวิทยาศาสตร์แบบไม่สมบูรณ์ในประเด็นโมเมนต์ตัมเชิงมุม จากงานวิจัยที่กล่าวมาจะเห็นว่าการเคลื่อนที่แบบหมุนยังคงเป็นปัญหาสำหรับการจัดการเรียนการสอนของผู้สอนส่งผลถึงผู้เรียนทุกระดับ จากประเด็นดังกล่าว คณะผู้วิจัยเล็งเห็นความสำคัญในเนื้อหาเรื่องนี้จึงได้ใช้เทคนิคการ

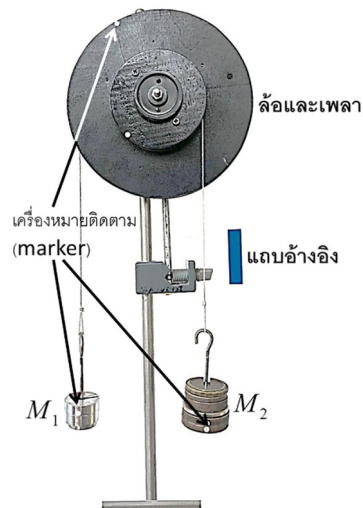
วิเคราะห์วิดีโอความเร็วสูงมาเป็นเครื่องมือช่วยศึกษาการหมุนของระบบล้อและเพลา รวมถึงตัวแปรที่เกี่ยวข้องได้แก่ประสิทธิภาพของล้อและเพลา โมเมนต์ความเฉื่อยจากการทดลอง สัมประสิทธิ์ความเสียดทานแบบหมุน งานเนื่องจากทอร์กแรงเสียดทาน และพลังงานกลของมวลถ่วงในระบบล้อและเพลา โดยใช้หลักการและทฤษฎีทางฟิสิกส์มาอธิบาย โดยคณะผู้วิจัยคาดหวังว่าผลการศึกษานี้จะเป็นแนวทางในการนำไปใช้ในห้องเรียนเพื่ออธิบายหรือจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้ผู้เรียนได้เห็นภาพจริงของการเคลื่อนที่แบบหมุน นำไปสู่การเชื่อมโยงหลักการและทฤษฎีทางฟิสิกส์ที่เรียนในชั้นเรียนได้

การศึกษานี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาประสิทธิภาพของล้อและเพลา โมเมนต์ความเฉื่อยจากการทดลอง สัมประสิทธิ์ความเสียดทานแบบหมุน งานเนื่องจากทอร์กแรงเสียดทาน และพลังงานกลของมวลถ่วงในระบบล้อและเพลาด้วยเทคนิคการวิเคราะห์วิดีโอความเร็วสูง

วิธีดำเนินการวิจัย

การศึกษาระบบล้อและเพลาโดยใช้เทคนิคการวิเคราะห์วิดีโอความเร็วสูงนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง โดยล้อและ

เพลาทำจากแผ่นไม้วงกลมประกอบด้วยเพลามวล (m) 25 กรัม รัศมี (r) 2.50 เซนติเมตร และล้อมวล (M) 101 กรัม รัศมี (R) 5.01 เซนติเมตร ดังนั้นโมเมนต์ความเฉื่อยทางทฤษฎี ($I_{ทฤษฎี} = \frac{1}{2}(MR^2 + mr^2)$) มีค่าเท่ากับ $1.30 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$ ณ จุดศูนย์กลางของระบบมีแกนเหล็กติดกับดัลบูลูกปืนสำหรับลดแรงเสียดทานขณะหมุน การติดตั้งอุปกรณ์แสดงดังรูปที่ 1 การทดลองมีเงื่อนไขคือการแปรค่ามวลถ่วงด้านล้อ (M_1) ขนาด 450 500 550 600 และ 650 g ตามลำดับ และกำหนดให้มวลด้านเพลา มีค่าที่ 650 กรัม (M_2) เมื่อแขวนมวลตามเงื่อนไขที่กำหนด ทำให้ล้อและเพลาหมุน มวลถ่วง M_1 และมวล M_2 เกิดการเคลื่อนที่ การเคลื่อนที่ของระบบถูกบันทึกด้วยกล้องวิดีโอความเร็วสูง (Casio EX-FH100) ที่อัตราการบันทึกภาพ 240 เฟรมต่อวินาที หลังจากนั้นวิดีโอการเคลื่อนที่ได้ถูกนำไปติดตามการเคลื่อนที่ ด้วยโปรแกรม Tracker ณ ตำแหน่งที่ติดเครื่องหมาย (marker) บริเวณขอบของล้อและเพลา มวลถ่วง M_1 และ M_2 ดังรูปที่ 1



รูปที่ 1 การติดตั้งระบบล้อและเพลาที่ใช้ในการทดลอง

การวิเคราะห์ผลการติดตามเครื่องหมายบริเวณขอบของล้อและเพลา มวลถ่วง M_1 และ M_2 แสดงเป็นสัญลักษณ์ ... $\Delta\Delta \diamond\diamond$ ตามลำดับ แสดงดังรูปที่ 2(ก) ข้อมูลพื้นฐานที่ได้จากการติดตามตำแหน่ง คือมุม (θ) จากการหมุนของล้อและ

เพลา ตำแหน่งของมวลถ่วง M_1 M_2 และเวลาของการเคลื่อนที่

ตัวอย่างการวิเคราะห์เส้นทางการเคลื่อนที่ของมวล M_2 ได้ชุดข้อมูลเป็นตำแหน่งกับเวลา ดังรูปที่ 2(ข) ซึ่งเป็นชุดข้อมูลตำแหน่งตามแนวตั้งกับเวลาของมวล M_2 การวิเคราะห์

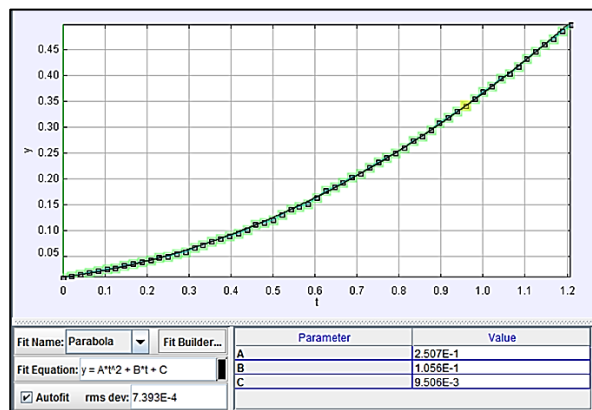
ข้อมูลตำแหน่งกับเวลาด้วยโปรแกรม Tracker นี้ สามารถหาค่าอัตราเร่งของมวล M_2 ได้ด้วยการเลือกสมการในโปรแกรม Tracker ให้ตรงกับลักษณะการเคลื่อนที่ จากกราฟข้อมูลตำแหน่งกับเวลาของมวล M_2 มีลักษณะเป็นเส้นโค้งพาราโบลา ดังนั้นสมการที่เลือกใช้ คือ $y = A*t^2 + B*t + C$ เมื่อ A B และ C เป็นค่าคงที่ เกิดเป็นเส้นกราฟที่เหมาะสม (fit) ทับพอดีกับข้อมูลตำแหน่งกับเวลา (เส้นกราฟที่ข) เมื่อเปรียบเทียบกับสัมประสิทธิ์ (ค่าคงที่) กับสมการการเคลื่อนที่ในแนวตรง $s = ut + \frac{1}{2}at^2 + s_0$ พบว่าค่าอัตราเร่ง (a) มีค่าเท่ากับ $2A$



(ก)

ในรูปที่ 2(ข) ได้ A มีค่า 0.2507 ดังนั้นอัตราเร่งของมวล M_2 มีค่าเท่ากับ 0.51 m s^{-2} เป็นต้น

ข้อมูลพื้นฐานที่ได้จากการติดตามตำแหน่งการเคลื่อนที่สามารถนำไปวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของระบบล้อและเพลา โมเมนต์ความเฉื่อยจากการทดลอง อัตราเร่งเชิงมุมของล้อและเพลา สัมประสิทธิ์ความเสียดทานแบบหมุน งานเนื่องจากทอร์ค แรงเสียดทาน และพลังงานกลของมวลถ่วงในระบบล้อและเพลา แสดงดังรายละเอียดในหัวข้อถัดไป



(ข)

รูปที่ 2 การติดตามตำแหน่งและการวิเคราะห์ระบบล้อและเพลา (ก) เส้นทางการติดตามตำแหน่งเครื่องหมายของล้อและเพลา มวลถ่วง M_1 และ M_2 (ข) การวิเคราะห์ข้อมูลตำแหน่งกับเวลา

ในการทดลองนี้ใช้ทฤษฎีทางฟิสิกส์ที่เกี่ยวข้องดังรายละเอียดต่อไปนี้

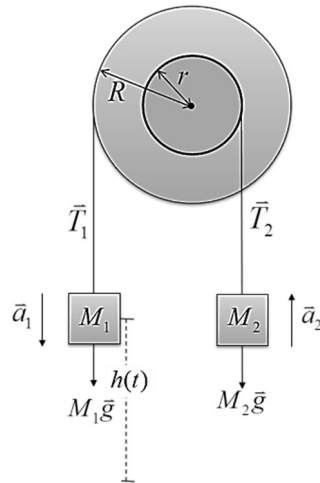
1. ประสิทธิภาพของระบบล้อและเพลา

ภาพจำลองของระบบล้อและเพลาแสดงดังรูปที่ 3 ประกอบด้วยแผ่นวงกลมล้อและเพลารัศมี R และ r ตามลำดับ โดยมีแรงพยายาม (\vec{T}_1) ดึงด้านล้อ เพื่อดึงการยกน้ำหนัก (\vec{T}_2) ที่ถ่วงด้านเพลา ตามหลักการแล้วการออกแรงพยายามดึงจะมีค่าน้อยกว่าน้ำหนักที่ต้องการยก ซึ่งเป็นหลักการสำคัญของเครื่องผ่อนแรง

ประสิทธิภาพของระบบล้อและเพลาสามารถหาได้จาก ร้อยละของอัตราส่วนการได้เปรียบเชิงกลทางปฏิบัติ (actual mechanical advantage, $AMA = \frac{T_2}{T_1}$) และการได้เปรียบเชิงกลทางทฤษฎี (ideal mechanical advantage, $IMA = \frac{R}{r}$) แสดงดังสมการที่ (1)

$$\text{ประสิทธิภาพ (\%)} = \frac{AMA}{IMA} \times 100 = \frac{T_2 r}{T_1 R} \times 100 \quad (1)$$

ประสิทธิภาพของเครื่องกลที่มีค่าเท่ากับ 100% แสดงว่าเครื่องกลไม่มีแรงเสียดทานในระบบ



รูปที่ 3 ภาพจำลองของระบบล้อและเพลา เมื่อมวลมีการเคลื่อนที่

ในการทดลองมีการใส่มวลถ่วงด้านล้อ M_1 และมวลด้านเพลา M_2 ดังนั้นขนาดของ T_1 และ T_2 หาได้จากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน จะได้ว่า

$$T_1 = M_1g - M_1a_1 \tag{2}$$

$$T_2 = M_2g + M_2a_2 \tag{3}$$

เมื่อ g คือ อัตราเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก (9.8 m s^{-2})

a_1 คือ อัตราเร่งของมวล M_1 มีค่าเท่ากับ $a_1 = \alpha R$

a_2 คือ อัตราเร่งของมวล M_2 มีค่าเท่ากับ $a_2 = \alpha r$

โดย a มีหน่วย m s^{-2} และ α คืออัตราเร่งเชิงมุมของระบบล้อและเพลา (rad s^{-2})

การทดลองนี้มีการกำหนดให้มวล M_2 ที่ด้านเพลาคงที่ และเมื่อใส่ M_1 ที่ถ่วงด้านล้อมากพอจะทำให้ระบบล้อและเพลาเกิดการหมุน โดยจะหมุนเร็วหรือช้าขึ้นอยู่กับมวลถ่วง M_1

2. ทอร์กและความเร่งเชิงมุม

พิจารณาการหมุนของระบบล้อและเพลา พบว่าทอร์กในทิศทวนเข็มนาฬิกามีค่าเป็น $\tau_1 + \tau_f$ และทอร์กในทิศตามเข็มนาฬิกามีค่าเป็น $\tau_2 + \tau_f$ ดังนั้นทอร์กลัพธ์ (net torque) ของระบบมีค่าเท่ากับ $\tau_1 - \tau_2$ หมุนทวนเข็มนาฬิกาด้วยความเร่งเชิงมุม (α) โดยความสัมพันธ์ระหว่างทอร์กลัพธ์กับความเร่งเชิงมุมนี้ สามารถนำไปหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อย (I) ของล้อและเพลาได้ดังนี้

$$\Sigma \tau = I\alpha$$

$$\tau_1 - \tau_2 = I\alpha \tag{4}$$

เมื่อ τ_1 และ τ_2 คือ ทอร์กของแรงดึงด้านล้อและเพลา ตามลำดับ (Nm)

3. สัมประสิทธิ์ความเสียดทานแบบหมุน

ระบบล้อและเพลาที่สร้างขึ้นพบว่ามีความเสียดทานเกิดขึ้นขณะหมุน ซึ่งทอร์กเนื่องจากแรงเสียดทาน (τ_f) มีค่าแปรผันตามความเร็วเชิงมุม (ω) ของการหมุน สามารถแสดงเป็นสมการได้ดังนี้

$$\tau_f = b\omega \tag{5}$$

เมื่อ b คือ สัมประสิทธิ์ความเสียดทานแบบหมุน ($\text{kg m}^2\text{s}^{-1}$)

เมื่อแทนค่าขนาดของทอร์กเนื่องจากแรงเสียดทาน ในสมการที่ (5) ด้วย $\tau_f = -I d\omega / dt$ จะได้ผลเฉลยดังสมการที่ (6) (Eadkhong et al., 2012)

$$\omega = \omega_0 \exp\left(-\frac{b}{I}t\right) \tag{6}$$

ในการติดตามตำแหน่งการหมุนของระบบล้อและเพลา สามารถหาค่า b ได้จากการเลือกกราฟความสัมพันธ์ของอัตราเร็วเชิงมุมกับเวลาในโปรแกรม Tracker (การค่า b แสดงดังรูปที่ 7) เมื่อเส้นกราฟฟิตพอดีกับตำแหน่ง จะได้พารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องในการหาค่า b ได้

4. พลังงานกลของมวลถ่วง

การทดลองนี้กำหนดให้พิจารณาพลังงานกลจากการเคลื่อนที่ของมวลถ่วง M_1 จากทฤษฎีงานและพลังงานพบว่า งานจากแรงที่กระทำต่อมวลถ่วง M_1 คือพลังงานกลที่เปลี่ยนไปของมวล M_1 และเมื่อมีแรงเสียดทานเกิดขึ้นในระบบ สามารถพิจารณาพลังงานกลที่มวลถ่วง ณ เวลา t ใด ๆ ตามหลักการอนุรักษ์พลังงาน ได้ดังนี้

$$E_p(t) + E_k(t) + W_f(t) = \text{ค่าคงที่}$$

$$M_1gh(t) + \frac{1}{2}M_1[v(t)]^2 + \tau_f\theta(t) = \text{ค่าคงที่} \quad (7)$$

เมื่อ

$E_p(t)$ คือ พลังงานศักย์ของมวล M_1 ณ เวลา t ใด ๆ มีค่าเท่ากับ $M_1gh(t)$

$E_k(t)$ คือพลังงานจลน์ของมวล M_1 ณ เวลา t ใด ๆ มีค่าเท่ากับ $\frac{1}{2}M_1[v(t)]^2$

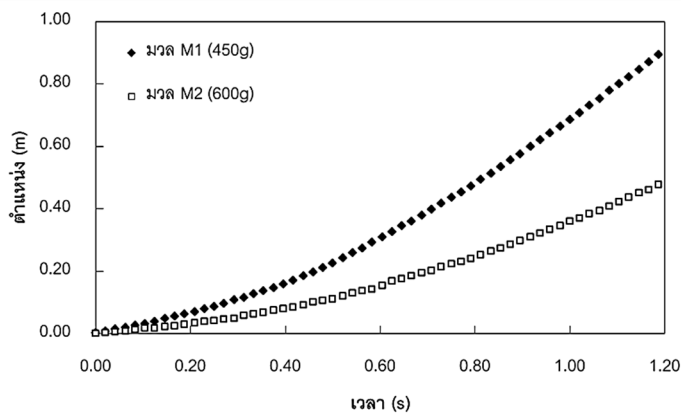
$W_f(t)$ คืองานเนื่องจากทอร์กแรงเสียดทานในระบบล้อและเพลา ณ เวลา t ใด ๆ มีค่าเท่ากับ $\tau_f\theta(t)$

ผลการวิจัย

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานที่ได้จากการติดตามตำแหน่งการเคลื่อนที่พบประสิทธิภาพของระบบล้อและเพลา โมเมนต์ความเฉื่อยจากการทดลอง อัตราเร่งเชิงมุมของล้อและเพลา สัมประสิทธิ์ความเสียดทานแบบหมุน งานเนื่องจากทอร์กแรงเสียดทาน และพลังงานกลของมวลถ่วงในระบบล้อและเพลา ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. ค่าประสิทธิภาพของล้อและเพลา

เมื่อปล่อยให้มวลแต่ละเงื่อนไขเคลื่อนที่ พบว่าการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งตามเวลาของมวลถ่วง M_1 และ M_2 แสดงดังรูปที่ 4 เมื่อพิจารณาข้อมูล ณ เวลาเดียวกัน อัตราเร่งของ M_1 มีค่ามากกว่า M_2 และเงื่อนไขอื่น ๆ ก็มีลักษณะเดียวกัน นั่นคือแรงต้านล้อสามารถดูดแรงต้านเพลาให้เคลื่อนที่ตามได้ ถึงแม้ว่ามีมวลถ่วงและแรงดึงน้อยกว่าก็ตาม ซึ่งสอดคล้องกับหลักการของเครื่องผ่อนแรง นั่นคือ แรงพยายามดึงต้องมีค่าน้อยกว่าแรงต้านหรือน้ำหนักที่ต้องการยก โดยข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม Tracker แสดงในตารางที่ 1



รูปที่ 4 การเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งตามเวลาของมวลถ่วง M_1 และ M_2

ตารางที่ 1 ข้อมูลจากการวิเคราะห์โปรแกรม Tracker ของระบบล้อและเพลา (กำหนดให้ M_2 มีค่า 650 g และการได้เปรียบเชิงกลทางทฤษฎีมีค่าเท่ากับ 2)

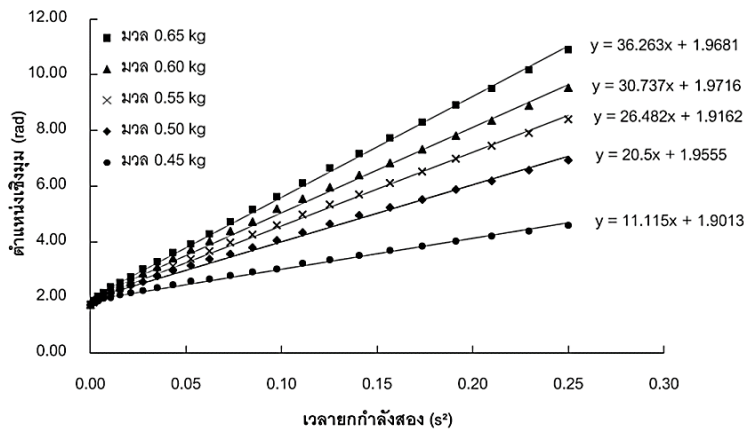
| มวล M_1 (g) | อัตราเร่งของมวล M_1 ($m\ s^{-2}$) | อัตราเร่งของมวล M_2 ($m\ s^{-2}$) | แรงดึงเชือก T_1 (N) | แรงดึงเชือก T_2 (N) | ทอร์กลัพธ์ ($\times 10^{-2}\ Nm$) |
|------------------|--|--|--------------------------|--------------------------|--|
| 450 | 0.85 | 0.51 | 4.02 | 6.69 | 3.37 |
| 500 | 1.50 | 0.83 | 4.14 | 6.90 | 3.46 |
| 550 | 2.02 | 1.15 | 4.27 | 7.11 | 3.58 |
| 600 | 2.51 | 1.40 | 4.36 | 7.27 | 3.65 |
| 650 | 2.92 | 1.67 | 4.46 | 7.45 | 3.70 |

จากตารางที่ 1 เป็นข้อมูลที่ได้จากการทดลองการเคลื่อนที่ของระบบล้อและเพลลาที่สร้างขึ้น เมื่อกำหนดให้มวลด้านเพลลา M_2 คงที่ พบว่าเมื่อใส่มวลถ่วง M_1 เพิ่มขึ้นแรงดึงเชือกทั้งสองเส้นมีค่าเพิ่มขึ้นเช่นกัน เมื่อแทนค่า T_1 และ T_2 ลงในสมการที่ (1) พบว่าระบบล้อและเพลลาที่ใช้ในการทดลองนี้มีประสิทธิภาพเฉลี่ยเท่ากับ $83.29 \pm 0.09 \%$ ประสิทธิภาพที่ได้มีค่าน้อยกว่า 100 % แสดงว่าขณะล้อและเพลลาหมุนมีแรงเสียดทานเกิดขึ้นในระบบ

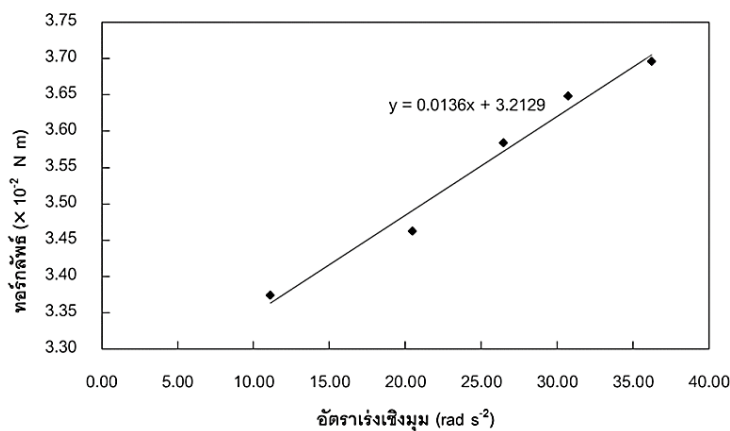
2. โมเมนต์ความเฉื่อยจากการทดลอง

ในการศึกษาเรื่องการหมุนจากสมการที่ (4) สามารถหาโมเมนต์ความเฉื่อยได้จากความสัมพันธ์ของทอร์กลัพธ์ที่ทำให้เกิดการหมุนกับอัตราเร่งเชิงมุมของการหมุน โดยทอร์กลัพธ์จากการทดลองแสดงในตารางที่ 1 และอัตราเร่งเชิงมุมขณะล้อและเพลลา

หมุนเนื่องจากการแปรค่ามวล M_1 หาได้จากความชันของกราฟความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งเชิงมุมกับเวลายกกำลังสอง ดังแสดงในรูปที่ 5 พบว่ากราฟทุกเงื่อนไขมีลักษณะเป็นกราฟเส้นตรง โดยมีความชันหรืออัตราเร่งเชิงมุมเท่ากับ 11.12 20.50 26.48 30.74 และ 36.26 rad s^{-2} สำหรับมวลถ่วง 450 500 550 600 และ 650 g ตามลำดับ พบว่าอัตราเร่งเชิงมุมของล้อและเพลลา มีค่าเพิ่มขึ้นตามมวลถ่วงด้านล้อ เมื่อสร้างกราฟความสัมพันธ์ระหว่างทอร์กลัพธ์กับอัตราเร่งเชิงมุมของการหมุน เส้นกราฟที่ได้มีลักษณะเป็นเส้นตรง แสดงดังรูปที่ 6 ความชันของเส้นกราฟคือโมเมนต์ความเฉื่อยที่ได้จากการทดลอง ได้ค่าเท่ากับ $1.36 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$ และมีเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนจากค่าทางทฤษฎี $\frac{1}{2} (MR^2 + mr^2)$ เท่ากับ 4.60 %



รูปที่ 5 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งเชิงมุม (rad) กับเวลายกกำลังสอง (s^2) ของมวล M_1 ที่ถ่วงด้านล้อ

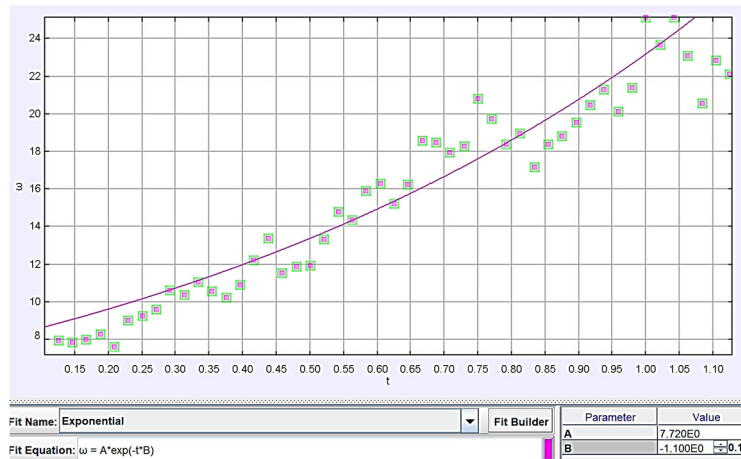


รูปที่ 6 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างทอร์กลัพธ์ ($\times 10^2 \text{ N m}$) กับอัตราเร่งเชิงมุม (rad s^{-2})

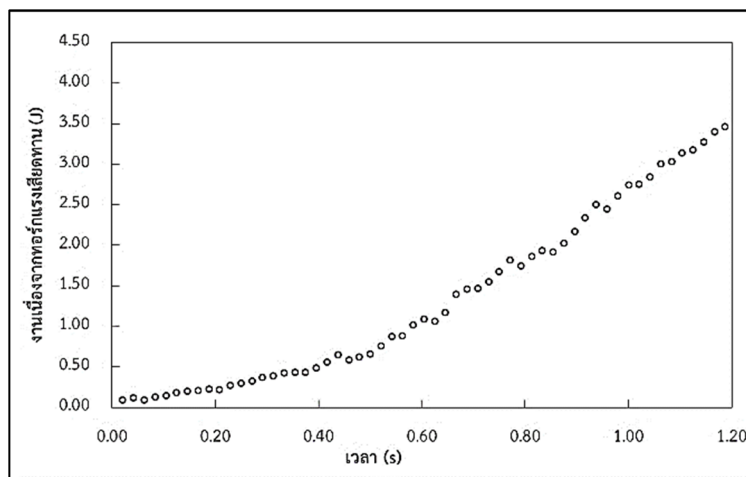
3. สัมประสิทธิ์ความเสียดทานและงานเนื่องจากทอร์กแรงเสียดทานแบบหมุน

จากการใช้ระบบล้อและเพลลาที่สร้างขึ้น พบว่าระบบมีประสิทธิภาพน้อยกว่า 100 % (ประมาณ 83 %) แสดงว่าระหว่างการหมุนมีแรงเสียดทานเกิดขึ้น โดยสัมประสิทธิ์ความเสียดทานแบบหมุน (b) หาได้จากความสัมพันธ์ของอัตราเร็วเชิงมุมของการหมุนกับเวลาในสมการที่ (6) เมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลอง (เงื่อนไข $M_1 = 450 \text{ g}$ และ $M_2 = 650 \text{ g}$) โดยเลือกชุดข้อมูลจากการติดตามตำแหน่งของการหมุนเป็นอัตราเร็วเชิงมุม (ω) กับเวลา ตำแหน่งข้อมูลดังแสดงดังรูปที่ 7 โดยข้อมูลเหมาะสมกับสมการเอกซ์โพเนนเชียลในโปรแกรม Tracker คือ

$\omega = A \cdot \exp(-t \cdot B)$ เมื่อเทียบสัมประสิทธิ์กับสมการที่ (6) พบว่า b มีค่าเท่ากับ B โดย B เป็นพารามิเตอร์ที่ได้จากโปรแกรม Tracker (จากรูปที่ 7 ได้ค่า $B = -1.1$) และ / คือโมเมนต์ความเฉื่อยของล้อและเพลลา ดังนั้นสัมประสิทธิ์ความเสียดทานแบบหมุนในเงื่อนไขนี้มีค่าเท่ากับ $1.64 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$ และเมื่อนำค่านี้ไปหางานของทอร์กแรงเสียดทาน ($W_f = \tau_f \theta = b \omega \theta$) ได้กราฟความสัมพันธ์ระหว่างงานเนื่องจากทอร์กของแรงเสียดทานกับเวลามีลักษณะดังรูปที่ 8 แสดงให้เห็นว่าขณะแขวนมวลถ่วงด้านล้อ 450 g ทำให้ระบบล้อและเพลลาหมุน และในขณะเดียวกันเกิดงานเนื่องจากทอร์กแรงเสียดทานจากการหมุน โดยมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วเมื่อเวลาผ่านไป



รูปที่ 7 การแสดงค่าพารามิเตอร์ B จากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็วเชิงมุม (rad s^{-1}) กับเวลา (s)

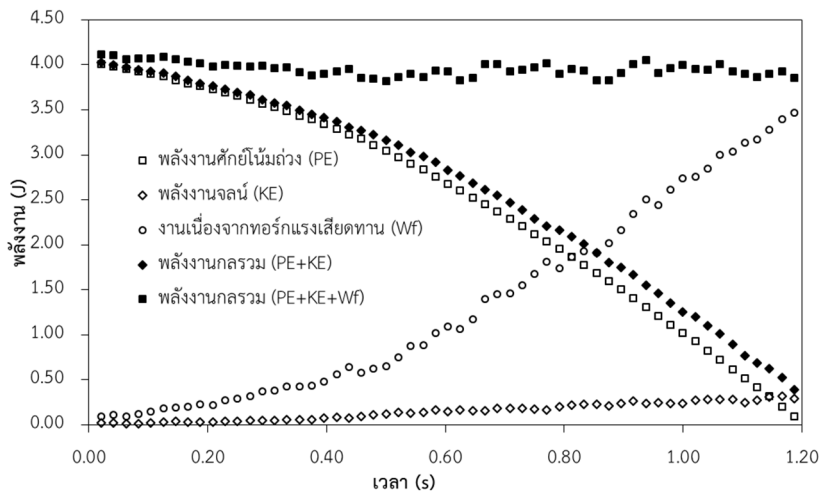


รูปที่ 8 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างงานเนื่องจากทอร์กแรงเสียดทาน (J) กับเวลา (s)

4. พลังงานกลของมวลถ่วง

การศึกษาพลังงานกลของมวลถ่วงในระบบล้อและเพลานี้ วิเคราะห์จากข้อมูลการติดตามตำแหน่งเครื่องหมายจากการเคลื่อนที่ของมวล M_1 (450 g) อาศัยหลักการของกฎการอนุรักษ์พลังงานในสมการที่ (7) โดยพลังงานกลของมวลถ่วงประกอบด้วยพลังงานศักย์โน้มถ่วง พลังงานจลน์ และงานเนื่องจากทอร์กแรงเสียดทาน ได้กราฟแสดงในรูปที่ 9 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าพลังงานกลของมวลถ่วง M_1 (สัญลักษณ์ \blacklozenge) ที่เป็นผลรวมของพลังงานศักย์โน้มถ่วง (สัญลักษณ์ \square) กับพลังงาน-

จลน์ (สัญลักษณ์ \blacklozenge) มีค่าลดลงเมื่อเวลาผ่านไป ทั้งนี้เนื่องจากผลของงานจากแรงเสียดทาน (สัญลักษณ์ \circ) ในระบบล้อและเพลานี้เอง เมื่อมีการเพิ่มกราฟของงานนี้ลงไป พบว่าพลังงานกลของมวลถ่วง M_1 (สัญลักษณ์ \blacksquare) มีค่าค่อนข้างคงที่มากขึ้น ถึงแม้บางช่วงของการเคลื่อนที่จะมีความผันผวนอยู่บ้างเนื่องจากมวลถ่วงมีการส่ายเล็กน้อยขณะเคลื่อนที่ตกลงมา พบพลังงานกลของมวลถ่วงนี้อยู่ในช่วง 3.85 - 4.12 J และมีค่าเฉลี่ยประมาณ 3.95 ± 0.07 J



รูปที่ 9 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานกลของมวลถ่วง (J) กับเวลา (s)

วิจารณ์ผลการวิจัย

จากการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการใช้วิดีโอความเร็วสูงและโปรแกรม Tracker วิเคราะห์ภาพถ่ายวิดีโอ ของระบบล้อและเพลา ด้วยเงื่อนไขการทดลองคือ กำหนดให้มวลด้านเพลา (M_2) คงที่ด้วยค่า 650 g และทำการแปรค่ามวลถ่วงด้านล้อ (M_1) ด้วยค่า 400 450 500 550 600 และ 650 g การทดลองนี้ทำให้ทราบค่าทางทฤษฎีชัดเจนมากขึ้น ซึ่งเป็นประโยชน์อย่างมากในการช่วยให้ผู้เรียนเชื่อมโยงความรู้ทางฟิสิกส์ที่เรียนในห้องกับสถานการณ์การเคลื่อนที่จริง ได้แก่ (1) ลักษณะการเคลื่อนที่ของมวลถ่วงและแรงดึงเชือกทั้งด้านล้อและเพลา การทดลองแสดงให้เห็นว่ามวลทั้งสองเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร่งแตกต่างกัน โดยสังเกตจากกราฟการเปรียบเทียบเส้นทางการเคลื่อนที่ (รูปที่ 4) ซึ่งเห็นได้ชัดเจนว่ามวลถ่วงที่ล้อเคลื่อนที่เร็วกว่ามวลที่เพลา และการทดลองยังแสดงให้เห็นแรงดึงเชือกด้านล้อและเพลาที่แตกต่างกัน โดยแรงดึงเชือกด้านล้อนี้น้อยกว่า

ด้านเพลาแต่สามารถจุดให้มวลถ่วงด้านเพลาเคลื่อนที่ตามได้ ซึ่งเป็นลักษณะสำคัญอย่างหนึ่งของการได้เปรียบเชิงกล (2) ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงให้เห็นว่าทอร์กลัพธ์แปรผันตรงกับอัตราเร่งเชิงมุม โดยมีความชันแสดงถึงค่าโมเมนต์ความเฉื่อยจากการทดลองทำ สอดคล้องกับทฤษฎีทางฟิสิกส์ ($\Sigma \tau = I\alpha$) และ (3) ผลการทดลองที่แสดงถึงผลของแรงเสียดทานเนื่องจากการหมุนที่มีต่อพลังงานกล นั่นคือพลังงานกลของมวลถ่วงในระบบมีค่าคงที่เมื่อรวมงานของทอร์กแรงเสียดทานเข้าไปสอดคล้องกับสมการที่ (7) ซึ่งเป็นหลักการอนุรักษ์พลังงานกล

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยนี้ได้แสดงผลของการใช้ทฤษฎีทางฟิสิกส์มาศึกษาสถานการณ์จริง ผ่านเทคโนโลยีกล้องวิดีโอความเร็วสูงและโปรแกรมวิเคราะห์ภาพถ่ายวิดีโอในระบบล้อและเพลา ทำให้เห็นภาพการเคลื่อนที่จริงของมวลในระบบล้อและเพลา โดยผล

การศึกษาพบว่าระบบล้อและเพลลาที่ใช้ในการทดลองมีประสิทธิภาพเท่ากับ 83.29 % ได้โมเมนต์ความเฉื่อยจากการทดลองเท่ากับ $1.36 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$ และมีเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนจากค่าทางทฤษฎีเท่ากับ 4.60 % พบค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานแบบหมุนมีค่าเท่ากับ $1.64 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$ เมื่อนำค่านี้ไปศึกษางานเนื่องจากทอร์กแรงเสียดทานและพลังงานกลในระบบพบว่าสอดคล้องกับทฤษฎีกฎการอนุรักษ์พลังงาน ดังนั้นการใช้เทคนิคการวิเคราะห์วิดีโอความเร็วสูงในสถานการณ์จริงของระบบล้อและเพลลานี้ สามารถเป็นแนวทางในการพัฒนาสื่อการสอนเพื่อให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงทฤษฎีทางฟิสิกส์ที่ศึกษาในห้องเรียนได้

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณภาควิชาฟิสิกส์และวิทยาศาสตร์ทั่วไป คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่ และคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีการเกษตร มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลล้านนาที่ให้การสนับสนุน ขอขอบคุณนางสาวปรียาภรณ์ อวารณ์ และนางสาวพัชราภรณ์ เจริญผล สำหรับข้อมูลพื้นฐานที่เป็นประโยชน์

เอกสารอ้างอิง

กฤตธรรม แพนกลิ่นฟ้า เชษฐศิริสวัสดิ์ และศรัณย์ ภิบาล. (2561). ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนมโนทัศน์ร่วมกับกลยุทธ์การเปลี่ยนมโนทัศน์ที่มีผลต่อมโนทัศน์ทางวิทยาศาสตร์และ

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาฟิสิกส์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง การเคลื่อนที่แบบหมุน. วารสารสหศาสตร์ศรีปทุม ชลบุรี 4(2): 29-37.

พรรัตน์ วัฒนกสิวิชัย และจิราภรณ์ ปุณยวัจนพรกุล. (2555). การวิเคราะห์วิดีโออัตราเร็วสูงในกลศาสตร์. วารสารวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ 28(2): 211-232.

ภาสินี ขุนรุ่งเรือง เอกภูมิ จันทระขันตี และธีระศักดิ์ วีระภาสพงษ์. (2558). การศึกษาแนวคิดเรื่อง การเคลื่อนที่แบบหมุนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. ใน: รายงานการประชุมทางวิชาการของมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ครั้งที่ 53. มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, กรุงเทพฯ. 62-70.

สรายุทธ พรหมราช. (2554). การพัฒนาการสาธิตสำหรับการสอนการเคลื่อนที่แบบกลิ้ง. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยเชียงใหม่. เชียงใหม่. 109 หน้า.

Eadkhong, T., Rajsadorn, R., Jannual, P. and Danworaphong, S. (2012). Rotational dynamics with Tracker. European Journal of Physics 33: 615-622.

Heck, A. and Uylings, P. (2006). Capturing the real world in the classroom. International Journal for Technology in Mathematics Education 13(3): 107-116.

Phommarach, S., Wattanakasiwich, P. and Johnston, I. D. (2012). Video analysis of rolling cylinders. Physics Education 47(2): 189-196.

Poonyawatpornkul, J. and Wattanakasiwich, P. (2013). High-speed video analysis of damped harmonic motion. Physics Education 48(6): 782-789.

