



รีโอโลยีของไหลคล้ายนิวโตเนียน

Rheology of Generalized Newtonian Fluids

ชาญยุทธ โกลิตะวงษ์¹

¹ศูนย์วิจัยพอลิเมอร์ ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกลและการบิน-อวกาศ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

บางซื่อ กรุงเทพฯ 10800

E-mail: chanyut.k@eng.kmutnb.ac.th

Received: 19 November 2018 | Revised: 30 January 2019 | Accepted: 10 August 2019

บทคัดย่อ

การขึ้นรูปพอลิเมอร์ เช่น กระบวนการฉีดพลาสติก กระบวนการอัดรีด และกระบวนการอัดขึ้นรูป เป็นกระบวนการที่พอลิเมอร์หลอมเหลวจะไหลเข้าแม่พิมพ์ด้วยช่องทางไหลแคบ ๆ ซึ่งเป็นการไหลแบบเฉือน พฤติกรรมการไหลแบบเฉือนของของไหลแบบนอนนิวโตเนียน (Non-Newtonian behavior) มีความแตกต่างจากการไหลของของไหลแบบนิวโตเนียนเป็นอย่างมาก กล่าวคือความหนืดจะเป็นฟังก์ชันของอัตราเฉือน $\dot{\gamma}$ ในที่นี้จะกล่าวถึงพฤติกรรมการไหลของของไหลคล้ายนิวโตเนียน (Generalized Newtonian Fluid, GNF) ของของไหลบางชนิดเช่น ของไหลเพาเวอร์ลอว์ ของไหลคาร์รัย-ยาซูดะ ของไหลบิงก์แฮมส์ และของไหลเฮอ์เชลบัลค์เลย์ เป็นต้น

ABSTRACT

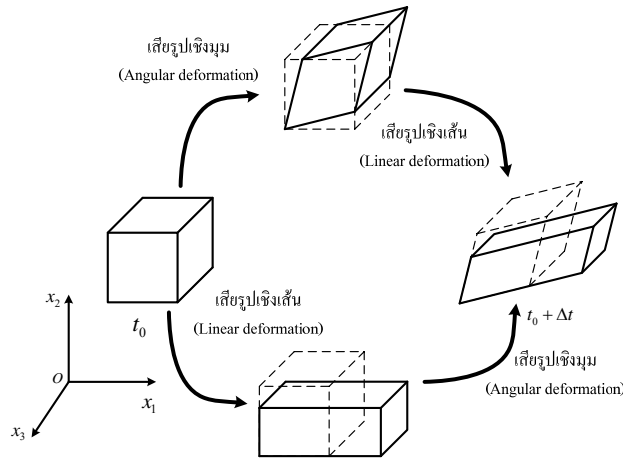
Polymer processing such as injection molding, extrusion or compression molding deals with a polymer melt flows between gaps or channels of a production mold. The flow characteristics of the melt in the channels are considered shear flows which express non-Newtonian behaviors. The non-Newtonian flow behavior is normally different from Newtonian one in that the non-Newtonian fluids are mostly a function of shear rate $\dot{\gamma}$. In this article, we introduce some generalized Newtonian fluids (GNF) which are widely used in polymer processing, for example, power-law, Carreau-Yasuda, Bingham and Herschel-Bulkley fluids.

คำสำคัญ: ของไหลคล้ายนิวโตเนียน ของไหลเพาเวอร์ลอว์ ของไหลคาร์รัย-ยาซูดะ ของไหลบิงก์แฮมส์ ของไหลเฮอ์เชลบัลค์เลย์

Keywords: Generalized Newtonian fluids, Power-law fluid, Carreau-Yasuda fluid, Bingham fluid, Herschel-Bulkley fluid.

บทนำ

รีโอโลยี (Rheology) เป็นศาสตร์ที่เกิดขึ้นในช่วงราวกลางคริสต์ศตวรรษที่ 20 (Tanner, 2002) เป็นการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างแรงและการเสียรูปของวัตถุในช่วงเวลาที่สนใจ โดยที่แรงนั้นจะทำให้วัตถุเกิดการเสียรูปอย่างถาวรและเกิดเป็นการไหลของสสารในที่สุด (Kolitawong, 2003; Kolitawong and Giacomin 2009) การไหลแบ่งออกเป็น 2 กลุ่มหลัก ๆ คือ การไหลแบบเฉือน (Shear flow) และการไหลที่ไม่มีการเฉือน (Shear free flow) การไหลแบบเฉือนเป็นการไหลของของไหลในช่องแคบหรือไหลในท่อ ซึ่งกระบวนการผลิตพลาสติกแทบทั้งหมด เช่นการอัดรีด (Extrusion) การฉีดเข้าแม่พิมพ์ (Injection molding) และการกดอัดเข้าแม่พิมพ์ (Compression molding) จะเกี่ยวกับการไหลแบบเฉือนนี้ (Kolitawong, 2018) ในขณะที่ของไหลในช่องแคบหรือไหลในท่อนั้นบางครั้งของไหลอาจจะถูกยืดดึง (Elongation) ไปพร้อม ๆ กันด้วยซึ่งเกิดได้เองจากธรรมชาติของการไหล เช่น การไหลผ่านช่องแคบหรือท่อลดขนาดเป็นต้น ส่วนการไหลแบบที่ไม่มีการเฉือนจะเกิดจากการยืดดึงเป็นหลักเช่นการยืดดึงในกระบวนการหลอมปั่นเส้นใย (Fiber melt spinning) กระบวนการเป่าถุง (Film blowing) และการเป่าเข้าแม่พิมพ์ (Blow molding) เป็นต้น ในที่นี้เราจะมาทำความเข้าใจถึงสมบัติของวัสดุและพฤติกรรมของการไหลแบบเฉือนในช่องแคบนี้ (Morrison, 2001)



รูปที่ 1 แสดงก่อนอนุภาคของไหลที่มีการเคลื่อนที่ทำให้ก่อนอนุภาคมีการเสียรูปเชิงเส้น เช่นการยืดดึง และการเสียรูปเชิงมุม เช่นการบิดเบี้ยวไปพร้อม ๆ กัน โดยก่อนอนุภาคที่เวลา t_0 ยังไม่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง ในขณะที่ก่อนอนุภาคเดิมที่เวลา $t_0 + \Delta t$ เกิดการเปลี่ยนแปลงรูปร่างไปแล้ว

นิวตันได้เสนอแนวคิดแบบง่าย ๆ โดยคิดว่าการเคลื่อนที่ของกลุ่มอนุภาคของไหลทำให้รูปทรงของกลุ่มของไหลเสียรูปไป (ตามความเร็วในการเปลี่ยนรูปทรง) ซึ่งทำให้เกิดความเค้นตึงแสดงใน

รูปที่ 1 ดังนั้นเราจึงสรุปได้ว่าความเค้นจากการเคลื่อนที่ (τ_{ij}) สัมพันธ์กับอัตราการเสียรูปของก้อนของไหล ($\dot{\gamma}_{ij}$)

$$\tau_{ij} = f(\dot{\gamma}_{ij}) \tag{1}$$

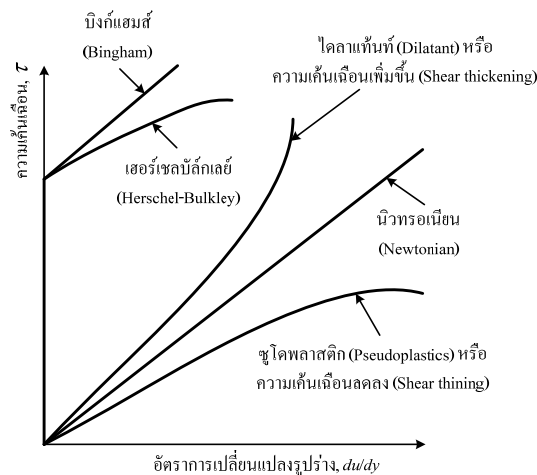
เมื่อ i และ j เป็นตำแหน่งบนเทนเซอร์ความเค้นและความเครียดซึ่งมีค่าเท่ากับ 1, 2, 3 และเป็นหมายเลขกำกับทิศทางของระบบแกน โดยแกน x_1, x_2, x_3 บางครั้งเรียกว่าแกน x, y, z ในระบบแกนพิกัดฉากตามลำดับ ซึ่งพจน์ของอัตราเครียดเฉือนหาได้จาก

$$\dot{\gamma}_{ij} = \frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \tag{2}$$

เมื่อ v_i และ v_j เป็นความเร็วของก้อนของไหล (Fluid element) ในแนวแกน i และ j และ x_i และ x_j เป็นตำแหน่งของก้อนของไหลในแนวแกน i และ j ตามลำดับ เมื่อ $i, j = 1, 2, 3$ สมการที่ (2) ทำให้เราทราบว่าอัตราเครียดของวัสดุเกิดจากอัตราการเสียรูปของวัสดุเชิงเส้น (Linear deformation) เมื่อ $i = j$ ซึ่งอยู่ในตำแหน่งแนวทแยง (Diagonal positions) ของเทนเซอร์

อัตราเครียด และอัตราการเสียรูปเชิงมุม (Angular deformation) เมื่อ $i \neq j$ ซึ่งจะอยู่นอกตำแหน่งทแยงมุม (Off-diagonal position) ของเทนเซอร์อัตราเครียด ทำให้เราสามารถแจกแจงประเภทของการไหลออกเป็น 2 กลุ่มคือการไหลแบบเฉือนและการไหลที่ไม่มี การเฉือน (Pure shear and shear free flow) โดยในทางทฤษฎี การไหลแบบเฉือนจะเป็นการไหลที่มีค่าอัตราเครียดที่อยู่ในตำแหน่งทแยงมุมเป็นศูนย์ทั้งหมด และในทางกลับกันการไหลที่ไม่มี การเฉือนจะเป็นการไหลที่มีค่าอัตราเครียดที่อยู่นอกตำแหน่งทแยงมุมเป็นศูนย์ทั้งหมด

รูปที่ 2 แสดงอัตราความเครียดเฉือน (หรืออัตราการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของกลุ่มอนุภาคของไหล) ในขณะที่ได้รับความเค้นเฉือนซึ่งเป็นการแสดงพฤติกรรมของการไหลของของไหล (Constitute equation) โดยของไหลสามารถจำแนกตามพฤติกรรมการไหลได้เป็น 4 รูปแบบคือ (ก) ของไหลชนิดนิวโตเนียน (Newtonian fluid) (ข) ของไหลชนิดความเค้นเฉือนลดลง (Pseudoplastics or shear thinning fluid) (ค) ของไหลชนิดความเค้นเฉือนเพิ่มขึ้น (Dilatant or shear thickening fluid) และ (ง) ของไหลชนิดบิงแฮม (Bingham fluid) พฤติกรรมการไหลของของไหลชนิดนิวโตเนียนจะมีลักษณะที่ความเค้นเฉือนจะแปรผันตรงกับอัตราความเครียดเฉือน นั่นคือความหนืดจะคงที่ในทุก ๆ อัตราความเครียดเฉือนนั่นเอง ของไหลในกลุ่มนี้มีอยู่มากมายรอบ ๆ ตัวเรา เช่น น้ำ อากาศ และน้ำมัน เป็นต้น ส่วนของไหลชนิดความเค้นเฉือนลดลงจะมีพฤติกรรมการไหลในลักษณะที่ความเค้นเฉือนจะลดลงเมื่ออัตราความเครียดเฉือนเพิ่มขึ้นหรืออีกนัยหนึ่งคือความหนืดลดลงเมื่ออัตราความเครียดเฉือนเพิ่มมากขึ้นนั่นเอง ยกตัวอย่างเช่น สีทาบ้านเมื่อเปิดใช้ใหม่ ๆ สีจะมีความหนืดมากยังไม่สามารถใช้งานได้ช่างทาสีจะต้องคนให้มีความหนืดลดลงก่อนใช้งาน การคนก็คือการใส่อัตราการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของกลุ่มอนุภาคของไหลซึ่งเป็นการเพิ่มอัตราความเครียดเฉือนนั่นเอง ของไหลในกลุ่มนี้มีอยู่หลายชนิด เช่น สี และพลาสติก หลอมเหลว เป็นต้น (Cengel and Cimbala, 2006; White, 2003; Munson et al., 2002)



รูปที่ 2 แสดงพฤติกรรมการไหลของของไหล 4 รูปแบบคือ (ก) ของไหลชนิดนิวโตเนียน (Newtonian fluid) (ข) ของไหลชนิดความเค้นเฉือนลดลง (Pseudo plastics or shear thinning fluid) (ค) ของไหลชนิดความเค้นเฉือนเพิ่มขึ้น (Dilatant or shear thickening fluid) และ (ง) ของไหลชนิดบิงแฮม (Bingham fluid) (จ) ของไหลชนิดเฮิร์เชลบัลคเลย์ (Herschel-Bulkley fluid)

ในขณะที่พฤติกรรมการไหลของของไหลชนิดความเค้นเฉือนเพิ่มขึ้นจะมีพฤติกรรมตรงกันข้าม นั่นคือความเค้นเฉือนจะเพิ่มมากขึ้นเมื่ออัตราความเครียดเฉือนเพิ่มขึ้นหรืออีกนัยหนึ่งคือความหนืดเพิ่มขึ้นเมื่ออัตราความเครียดเฉือนเพิ่มมากขึ้นนั่นเอง ตัวอย่างของไหลชนิดนี้คือทรายผสมน้ำหรือที่เรา รู้จักกันคือบ่อทรายดูดนั่นเอง ลองนึกว่าถ้าเราตกลงไปในบ่อทรายดูดเราจำเป็นต้องเคลื่อนตัวอย่างช้า ๆ เพื่อเอาชนะแรงเฉือน แต่ถ้าเราออกแรงขยับตัวอย่างรวดเร็วเราจะไม่สามารถขยับตัวได้เนื่องจากจังหวะการขยับตัวก็คือการให้อัตราความเครียดเฉือนต่อทรายผสมน้ำนั่นเอง ส่วนตัวอย่างของไหลชนิดบิงแฮมคือยาสีฟันหรือซอสมะเขือเทศ ของไหลประเภท

นี้จะมีค่าความเค้นเฉือนตั้งต้น (Pre-stress) ก่อนที่จะมีการไหลตัวของของไหล ดังนั้นเราต้องบิบบยาสี่ฟันให้ออกจากหลอด หรือต้องตบขวดของผสมเพื่อเทเพื่อให้ของไหลออกมาจากขวดนั่นเอง (Pritchard, 2011)

ในการไหลที่ไม่สามารถอัดได้ (Incompressible) และมีอุณหภูมิคงที่ (Isothermal) ของไหลแบบนิวโตเนียนจะมีพฤติกรรมการไหลที่ความเค้นเฉือนจะแปรผันตรงกับอัตราความเครียดเฉือน นั่นคือ

$$\tau_{ij} = -\mu \dot{\gamma}_{ij} \quad (3)$$

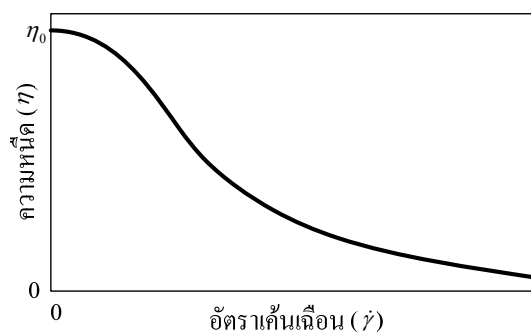
ในทำนองเดียวกันสำหรับของไหลแบบนอนนิวโตเนียน

$$\tau_{ij} = -\eta(\dot{\gamma}) \dot{\gamma}_{ij} \quad (4)$$

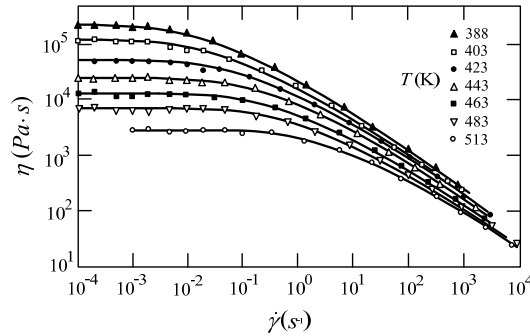
เราเรียก η ว่าความหนืดของของไหลชนิดนอนนิวโตเนียนโดย η เป็นฟังก์ชันของสเกลาร์คงตัวของอัตราความเครียดเฉือน $\dot{\gamma}$ (Scalar Invariants of Strain Rate) เราเรียกสมการที่ (4) ว่าเป็นพฤติกรรมการไหลเลียนแบบหรือคล้ายนิวโตเนียน (Generalized Newtonian fluid) ซึ่งเป็นของไหลแบบนอนนิวโตเนียนที่มีสมการแสดงพฤติกรรมการไหลเลียนแบบมาจากสมการนิวโตเนียนในสมการที่ (3) เราเรียกสมการแสดงพฤติกรรมของของไหลเมื่อมีแรงกระทำทำให้ของไหลเปลี่ยนจากสภาวะเดิมว่าสมการแสดงพฤติกรรม (Constitutive equation) (Bird et al., 2015) สำหรับของไหลแบบนิวโตเนียนความเค้นจะแปรผันตรงกับอัตราความเครียดเฉือน

รูปที่ 2 และเขียนเป็นสมการแสดงพฤติกรรมดังสมการที่ (3) โดยค่าสัมประสิทธิ์ที่อยู่หน้าอัตราความเครียดเฉือนมีชื่อเรียกว่าความหนืดแบบนิวโตเนียน μ ซึ่งเป็นค่าคงที่สำหรับอุณหภูมิและความดันนั้น ๆ

แต่สำหรับของไหลแบบนอนนิวโตเนียน ความเค้นในสมการแสดงพฤติกรรมจะไม่แปรผันตรงกับอัตราความเครียดเฉือนอีกต่อไป โดยสัมประสิทธิ์หน้าอัตราความเครียดเฉือนจะเป็นฟังก์ชันของอัตราความเครียดเฉือนดังสมการที่ (4) และเราเรียกสัมประสิทธิ์หน้าอัตราความเครียดเฉือนว่าความหนืดชนิดนอนนิวโตเนียน η โดย η เป็นฟังก์ชันของสเกลาร์คงตัวของอัตราความเครียดเฉือน (Scalar invariants of strain rate) จะเห็นได้ว่าของไหลคล้ายนิวโตเนียนเป็นของไหลนอนนิวโตเนียนที่มีสมการแสดงพฤติกรรมการไหลที่ปรับปรุง (เลียนแบบ) มาจากสมการของของไหลนิวโตเนียนนั่นเอง ของไหลคล้ายนิวโตเนียนสามารถเป็นได้ทั้งแบบความเค้นเฉือนเพิ่มขึ้น (Shear thickening) และความเค้นเฉือนลดลง (Shear thinning) แต่โดยมากแล้วพอลิเมอร์หลอมเหลวจะมีพฤติกรรมการไหลแบบความเค้นเฉือนลดลงดังแสดงในรูปที่ 3 และในรูปที่ 4 โดยรูปที่ 3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความหนืดและอัตราความเค้นเฉือนที่อุณหภูมิคงที่สำหรับพอลิเมอร์หลอมเหลวทั่ว ๆ ไปที่เขียนอยู่ในสเกลปกติ และรูปที่ 4 แสดงความหนืดของพอลิเมอร์หลอมเหลวชนิดพอลิเอทิลีนความหนาแน่นต่ำ (LDPE) ที่อุณหภูมิต่าง ๆ ในสเกล $\log \eta$ และ $\log \dot{\gamma}$

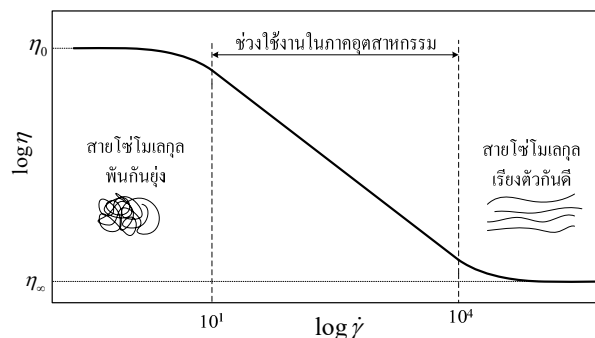


รูปที่ 3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความหนืดและอัตราความเค้นเฉือนที่อุณหภูมิคงที่สำหรับพอลิเมอร์หลอมเหลวทั่ว ๆ ไปที่เขียนอยู่ในสเกลปกติ



รูปที่ 4 แสดงความหนืดของพอลิเมอร์หลอมเหลวชนิดพอลิเอทิลีนความหนาแน่นต่ำ (LDPE) ที่อุณหภูมิต่าง ๆ ในสเกล $\log \eta$ และ $\log \dot{\gamma}$ ข้อมูลในกราฟได้มาจาก (Bird et al., 1987)

เนื่องจากของไหลคล้ายนิวโตเนียนเป็นการประยุกต์สมการแสดงพฤติกรรมการไหลแบบนิวโตเนียนอย่างง่าย ๆ ตรงไปตรงมา โดยการกำหนดให้ความหนืดเป็นฟังก์ชันของสเกลาร์คงตัวอัตราเฉียดเฉือน แต่ของไหลคล้ายนิวโตเนียนก็สามารถทำนายพฤติกรรมความหนืดในรูปที่ 3 และรูปที่ 4 ได้เป็นอย่างดี แต่ไม่สามารถทำนายความแตกต่างของความเค้นตั้งฉาก และพฤติกรรมหนืดยืดหยุ่นของพอลิเมอร์เหลวได้ อย่างไรก็ตามเนื่องจากเป็นสมการที่ง่ายต่อการนำไปใช้งาน ของไหลคล้ายนิวโตเนียนจึงมีความสำคัญในการแก้ปัญหาในหลาย ๆ อุตสาหกรรม เช่น การไหลของพอลิเมอร์เหลวในท่อหรือช่องทางไหล การไหลในแม่พิมพ์ของพลาสติกเหลว เป็นต้น การไหลเหล่านี้เป็นการไหลราบเรียบแบบคงตัว ซึ่งจะไม่แสดงพฤติกรรมหนืดยืดหยุ่นและไม่มีผลของความแตกต่างของความเค้นตั้งฉาก (Bird et al., 1987)



รูปที่ 5 แสดงค่าความหนืดในส่วนที่เป็นเส้นตรงในกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง $\log \eta$ และ $\log \dot{\gamma}$ ที่ใช้กับของไหลชนิดเพาเวอร์ลอว์ซึ่งเป็นช่วงใช้งานในภาคอุตสาหกรรม

ของไหลเพาเวอร์ลอว์

ดังที่ได้กล่าวไปแล้วว่าในการขึ้นรูปพอลิเมอร์ส่วนใหญ่ เช่น กระบวนการฉีดพลาสติก กระบวนการอัดรีด และกระบวนการอัดขึ้นรูป ซึ่งพอลิเมอร์จากการไหลในแม่พิมพ์ช่องแคบ ๆ จะเป็นการไหลแบบเฉือน และโดยมากจะเป็นการไหลที่เกี่ยวข้องกับส่วนที่เป็นเส้นตรงในกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง $\log \eta$ และ $\log \dot{\gamma}$ ดังแสดงในรูปที่ 5 ประกอบกับเครื่องมือวัดความหนืด เช่น เครื่องวัดความหนืดแบบหลอด (Capillary rheometer) ก็สามารถวัดความเค้นเฉือนในช่วงอัตราเฉียดประมาณ 10 s^{-1} ถึง $10,000 \text{ s}^{-1}$ ดังแสดงในตารางที่ 1 ซึ่งเป็นช่วงที่ใช้งานในกระบวนการขึ้นรูปด้วย ดังนั้นพฤติกรรมของความหนืดในช่วงที่เป็นเส้นตรงในกราฟ $\log \eta$ และ $\log \dot{\gamma}$ สามารถแทนด้วยสมการยกกำลัง (Power-law viscosity) ซึ่งกำหนดโดย

$$\eta(\dot{\gamma}) = m\dot{\gamma}^{n-1} \tag{5}$$

โดย m คือค่าคงที่ของพอลิเมอร์ (Consistency index) และ n คือเลขยกกำลังของพอลิเมอร์ชนิดนั้น (Power-law index) ซึ่งหาได้จากการทาบเส้น (Curve fitting) กับผลการทดลอง ถ้า $n = 1$ และ $m = \mu$ จะเป็นความหนืดของของเหลวแบบ

นิวโตเนียน แต่ถ้า $n < 1$ จะเป็นความหนืดของของเหลวแบบความเค้นลดลง (Shear thinning or pseudo plastic) แต่ถ้า $n > 1$ จะเป็นความหนืดของของเหลวแบบความเค้นเพิ่มขึ้น (Shear thickening or dilatant)

ตารางที่ 1 แสดงช่วงอัตราเฉือนที่เกิดขึ้นในกระบวนการผลิตพลาสติกแบบต่าง ๆ (Wollny and Ringhofer, 2003)

กระบวนการผลิต	ช่วงอัตราเฉือน $\dot{\gamma}$ (s^{-1})
การอัดขึ้นรูปในแม่พิมพ์ (Compression molding)	1 - 10
การรีดขึ้นรูป (Calendering)	10 - 100
การอัดรีดแผ่นฟิล์ม (Film extrusion)	100 - 1,000
การเป่าเข้าแม่พิมพ์ (Blow molding)	100 - 10,000
การฉีดขึ้นรูปในแม่พิมพ์ (Injection molding)	500 - 50,000

$\eta(\dot{\gamma})$ เป็นความหนืดที่เป็นฟังก์ชันของตัวแทนอัตราเฉือนเฉือน $\dot{\gamma}$ โดยฟังก์ชันอัตราเฉือนเฉือน $\dot{\gamma}$ หาได้จากค่าสเกลาร์คงตัวของอัตราเฉือนเฉือน (Scalar invariants of strain rate) เป็นการหมุนเทนเซอร์อัตราเฉือนให้อยู่ในทิศทางหลัก (Principle directions) ที่มีแต่ความเฉือนตั้งฉากในแนวทแยงมุม (Strain rate at normal directions) เท่านั้น โดยกำหนดให้

$$I = \sum_{i=1}^3 \dot{\gamma}_{ii} \tag{6}$$

$$II = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \dot{\gamma}_{ij} \dot{\gamma}_{ji} \tag{7}$$

$$III = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 \dot{\gamma}_{ij} \dot{\gamma}_{jk} \dot{\gamma}_{ki} \tag{8}$$

โดยนิยามของ $\dot{\gamma}_{ij}$ หาได้จากสมการที่ (2) เราเรียก I , II และ III ว่าค่าสเกลาร์คงตัวของเทนเซอร์อัตราเฉือนเฉือน (Scalar invariants of $\dot{\gamma}$) ลำดับที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ ซึ่งค่าสเกลาร์คงตัวทั้ง 3 ค่าเป็นค่าอัตราเฉือนบนแกนหลัก (Principle directions) จึงเป็นค่าที่ไม่ขึ้นอยู่กับระบบแกน สำหรับของไหลแบบอัดตัวไม่ได้ค่า

$$I = 2(\vec{C} \cdot \vec{V}) = 0 \tag{9}$$

และสำหรับการไหลแบบอัดตัวไม่ได้ (Incompressible flow) ค่า $III = 1$ ซึ่งเป็นค่าคงที่จึงเหลือแค่ II เท่านั้นที่ไม่ใช่ค่าคงที่ ดังนั้นค่าสเกลาร์คงตัวของอัตราความเฉือนเฉือน $\dot{\gamma}$

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \dot{\gamma}_{ij} \dot{\gamma}_{ji}} = \sqrt{\frac{1}{2} II} \tag{10}$$

สังเกตว่าค่าสเกลาร์ฟังก์ชันของอัตราความเฉือนเฉือน $\dot{\gamma}$ จะไม่ขึ้นอยู่กับระบบแกน โดยความหนืดของวัสดุพอลิเมอร์หลอมเหลวหรือสารละลายพอลิเมอร์ η สามารถวัดหาได้จากเครื่องมือวัดที่เรียกว่ารีโอมิเตอร์ (Rheometer) เช่นเครื่องวัดความหนืดแบบหลอด (Capillary rheometer) เครื่องวัดความหนืดแบบแผ่นประกบ (Plate and plate rheometer) หรือเครื่องวัดความหนืดแบบโคนประกบกับแผ่น (Cone and plate rheometer) เป็นต้น (Macosko, 1994)

ของไหลคาร์วัลล์-ยาซูดะ

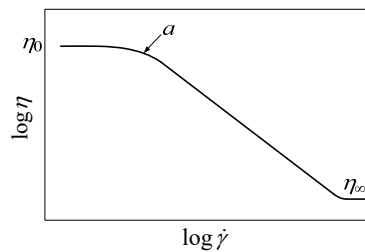
เนื่องจากข้อจำกัดของของไหลคล้ายนิวโตเนียนชนิดเพาเวอร์ลอว์ที่ไม่สามารถใช้งานได้ที่ค่าความเฉือนเฉือนต่ำ ๆ ของไหลคล้ายนิวโตเนียนแบบคาร์วัลล์-ยาซูดะ (Carreau-Yasuda viscosity model) จึงได้ถูกปรับปรุงสมการให้สามารถหาค่าความหนืดที่ความเฉือนต่ำ ๆ ได้ ซึ่งถึงแม้ว่าจะมีค่าคงที่ของวัสดุถึง 5 ตัว แต่ก็สามารถหาเส้นระหว่าง $\log \eta$ และ $\log \dot{\gamma}$ ได้ในช่วงที่กว้างขึ้นซึ่งจะมีประโยชน์ในการใช้งานในการคำนวณเชิงตัวเลข (Numerical calculation) ของไหลแบบคาร์วัลล์-ยาซูดะแสดงในสมการ (11) คือ

$$\frac{\eta - \eta_\infty}{\eta_0 - \eta_\infty} = \left[1 + (\lambda \dot{\gamma})^a\right]^{\frac{n-1}{a}} \quad (11)$$

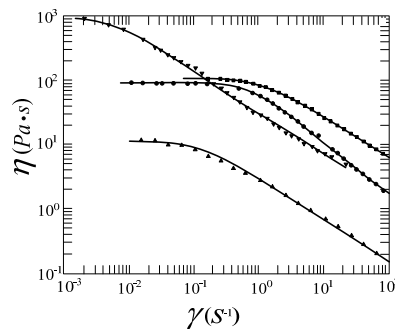
เมื่อ η_0 เป็นค่าความหนืดที่อัตราความเครียดเป็นศูนย์ (Zero-shear-rate viscosity) η_∞ เป็นค่าความหนืดที่อัตราความเครียดเป็นค่าอนันต์ (Infinity-shear-rate viscosity) λ เป็นค่าคงที่ของเวลา n เป็นค่ายกกำลัง และ a เป็นค่าคงที่ไร้มิติซึ่งกำหนดความโค้งในช่วงรอยต่อระหว่างความหนืดที่อัตราความเครียดเป็นศูนย์และช่วงลาดชันดังแสดงในรูปที่ 6 ตัวอย่างการทาบเส้นที่ได้จากสมการความหนืดแบบคาร์รัลล์-ยูซาตะโดยมีค่าคงที่ที่ใช้ในการทาบเส้นแสดงในตารางที่ 2 และเมื่อ $a = 1 - n$ สมการที่ (11) ลดรูปเป็นสมการครอส (Cross equation viscosity)

$$\frac{\eta - \eta_\infty}{\eta_0 - \eta_\infty} = \frac{1}{1 + (\lambda \dot{\gamma})^a} \quad (12)$$

สมการครอส (Cross equation viscosity) นิยมใช้กันมากในการคำนวณเชิงตัวเลข (Numerical calculation) เช่น โปรแกรมจำลองการไหล Moldflow (Kennedy, 2008; Autodesk Moldflow, 2009) และ Moldex เป็นต้น (Moldex3d/eDesign Reference Manual, 2010)



รูปที่ 6 แสดงความหมายของค่าคงที่ที่ใช้ในการทาบเส้นในสมการของไหลคล้ายนิวโตเนียนแบบคาร์รัลล์-ยูซาตะ η_0 เป็นค่าความหนืดที่อัตราความเครียดเป็นศูนย์ (Zero-shear-rate viscosity) η_∞ เป็นค่าความหนืดที่อัตราความเครียดเป็นค่าอนันต์ (Infinity-shear-rate viscosity) a เป็นค่าคงที่ไร้มิติซึ่งกำหนดความโค้งในช่วงรอยต่อระหว่างความหนืดที่อัตราความเครียดเป็นศูนย์และช่วงลาดชัน



รูปที่ 7 แสดงความหนืดแบบนอนนิวโตเนียนของสารละลาย 4 ชนิด ที่ทาบเส้นด้วยสมการคาร์รัลล์-ยูซาตะด้วยค่า $a = 2$ ค่าคงที่ของพอลิเมอร์ชนิดคาร์รัลล์-ยูซาตะแสดงในตารางที่ 2 (Bird et al., 1987)

ตารางที่ 2 แสดงค่าคงที่ของพอลิเมอร์ชนิดคาร์วัลล์-ยูซาคะที่ใช้ในการทาบบเส้นในรูปที่ 7

พอลิเมอร์	สัญลักษณ์	η_0 (Pa·s)	η_∞ (Pa·s)	λ (s)	n	a
2% พอลิบูไทลีนละลายในไพรมอล 355 (2% Polybutylene in Primol 355)	▼	9.23×10^2	1.50×10^{-1}	191	0.358	2
5% พอลิสไตลีนละลายในอโรคลอร์ 1242 (5% Polystyrene in Aroclor 1242)	■	1.01×10^2	5.9×10^{-2}	0.84	0.364	2
0.75% พอลิอะคริลาไมด์ละลายใน 95/5 น้ำผสมกรีเซอร์ลิน (0.75% Polyacrylamide in a 95/5 mixture by weight of water and glycerin)	▲	10.6	10^{-2}	8.04	0.364	2
7% สบู่ลูมินัมละลายในดีคาลินและเอ็มครีโซล (7% Aluminum soap in decalin and <i>m</i> -cresol)	●	89.6	10^{-2}	1.41	0.200	2

ของไหลบิงก์แฮมส์

ของไหลประเภทบิงก์แฮมส์นี้จะเกิดการไหลก็ต่อเมื่อมีค่าความเค้นเฉือนสูงเกินค่าหนึ่ง และเมื่อของไหลเกิดการไหลจะมีอัตราส่วนระหว่างความเค้นเฉือนต่ออัตราความเครียดเฉือนคงที่ ซึ่งเป็นการรวมพฤติกรรมของไหลแบบนิวทอนเนียนกับค่าความเค้นเฉือนเริ่มต้น โดยมีรูปแบบสมการของไหลชนิดบิงก์แฮมส์คือ

$$\tau = \tau_0 + \mu \dot{\gamma} \quad \text{เมื่อ } \tau \geq \tau_0 \quad (13)$$

และ

$$\dot{\gamma} = 0 \quad \text{เมื่อ } \tau \leq \tau_0 \quad (14)$$

โดย τ_0 เป็นค่าความเค้นตั้งต้น (Yield stress) ตัวอย่างของไหลประเภทบิงก์แฮมส์ที่พบในชีวิตประจำวันคือยาสีฟัน และซอสมะเขือเทศ เป็นต้น ของไหลบิงก์แฮมส์นี้มีพฤติกรรมการไหลแบบนอนนิวโตเนียน (Non-Newtonian behavior) ภายใต้สภาวะแบบเฉือน (Leewuthinan, 2009) ดังแสดงใน

รูปที่ 2

ของไหลเฮอ์เชลบัลค์เลย์

ของไหลประเภทเฮอ์เชลบัลค์เลย์ (Herschel-Bulkley fluid) นี้จะเกิดการไหลก็ต่อเมื่อมีค่าความเค้นเฉือนสูงเกินค่าหนึ่ง และเมื่อของไหลเกิดการไหล จะมีอัตราส่วนการเปลี่ยนแปลงของความเค้นเฉือนต่ออัตราความเครียดเฉือนที่ไม่คงที่ โดยเป็นการรวมพฤติกรรมของไหลแบบเพาเวอร์ลอว์กับบิงก์แฮมส์ดังแสดงใน

รูปที่ 2 โดยมีรูปแบบสมการดังนี้

$$\tau = \tau_0 + m \dot{\gamma}^n \quad \text{เมื่อ } \tau \geq \tau_0 \quad (15)$$

และ

$$\dot{\gamma} = 0 \quad \text{เมื่อ } \tau \leq \tau_0 \quad (16)$$

เมื่อ τ_0 คือค่าความเค้นตั้งต้น (Yield stress) m คือค่าคงที่ของพอลิเมอร์ (Consistency index) และ n คือเลขยกกำลังของพอลิเมอร์ชนิดนั้น (Power-law index) เมื่อ $n < 1$ อัตราส่วนการเปลี่ยนแปลงของความเค้นเฉือนต่ออัตราความเครียดเฉือนจะลดลง (Shear thinning) แต่ถ้า $n > 1$ อัตราส่วนการเปลี่ยนแปลงของความเค้นเฉือนต่ออัตราความเครียดเฉือนจะเพิ่มขึ้น (Shear thickening) (Bird et al., 1987; Leewuthinan, 2009; Michaeli, 1992) ของไหลประเภทบิงก์แฮมส์และเฮอ์เชลบัลค์เลย์นี้ นิยมใช้แทนพฤติกรรมของเลือด (Blood flow) (Kalion et al., 2004; Mazumdar, 1998) และในบางครั้งของไหลเฮอ์เชลบัลค์เลย์นี้ใช้แทนพฤติกรรมการไหลของยางในเครื่องอัดรีดด้วย (Leewuthinan, 2009)

บทสรุป

ความสัมพันธ์ระหว่างแรงและการเปลี่ยนรูปร่างของวัตถุในช่วงเวลาที่สนใจโดยที่แรงนั้นจะทำให้วัตถุเกิดการเปลี่ยนแปลงรูปร่างอย่างถาวรและเกิดการไหลของสสารเป็นศาสตร์ที่เราเรียกว่ารีโอโลยี (Rheology) ดังนั้นการขึ้นรูปพอลิเมอร์ในกระบวนการฉีดพลาสติก กระบวนการอัดรีด และกระบวนการอัดขึ้นรูปถือเป็นกระบวนการที่พอลิเมอร์หลอมเหลวไหลเข้าแม่พิมพ์ในช่องทางไหลแคบ ๆ ซึ่งเป็นการไหลแบบเฉือนของการศึกษาทางรีโอโลยี พฤติกรรมการไหลแบบเฉือนของของไหลแบบนอนนิวโตเนียน (Non-Newtonian behavior) มีความแตกต่างจากการไหลของของไหลแบบนิวโตเนียนเป็นอย่างมาก กล่าวคือความหนืดจะเป็นฟังก์ชันของอัตราเฉือน $\dot{\gamma}$ ถึงแม้ว่าการไหลของของไหลเพาเวอร์ลอว์ซึ่งถือได้ว่าเป็นของไหลคล้ายนิวโตเนียน (Generalized Newtonian Fluid, GNF) ชนิดที่ง่ายที่สุดจะใช้ได้ดีในช่วงที่อัตราเฉือน $\dot{\gamma}$ ในกระบวนการผลิต แต่ในช่วงอัตราเฉือน $\dot{\gamma}$ ต่ำ ๆ ของไหลคาร์บอน-ยาชุดจะมีค่าที่ใกล้เคียงมากกว่าและถูกนำมาดัดแปลงเป็นโมเดลคลอสซึ่งใช้ในโปรแกรมคอมพิวเตอร์จำลองการไหลเช่น MoldFlow และ Moldex ส่วนท้ายของบทความแสดงสมการของของไหลบิงก์แฮมส์และเฮอร์เซลบล็กเลียซึ่งบางครั้งใช้แทนพฤติกรรมการไหลของเลือด (Blood flow) ด้วย

กิตติกรรมประกาศ

ผู้เขียนขอขอบคุณ นายพงศ์เทพ พ่วงทอง นักศึกษาระดับปริญญาเอก ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกลและการบิน-อวกาศ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ ที่ช่วยอ่านตรวจทานต้นฉบับชุดนี้

เอกสารอ้างอิง

- Autodesk Moldflow Insight Standard 1, Theory and concepts for release 2010 (2009). Ad hoc document, Autodesk, Inc.
- Bird, R.B., Armstrong, R.C., Hassager, O. (1987). Dynamics of Polymeric Liquids: Volume 1 Fluid Mechanics, 2nd Ed. New York: John Wiley and Sons.
- Bird, R.B., Stawaet, W.E., Lightfoot, E.N., Klingenberg, D.J. (2015). Introductory Transport Phenomena. Wiley.
- Cengel, Y. A. and Cimbala, J. M. (2006). Fluid Mechanics, Fundamentals and Applications, International Edition. New York: McGraw Hill.
- Kalion, V. A., Ivan V. K., and Yuri I. S. (2004). Rheology of Complex Fluids and Blood Flows. Lecture notes. Stockholm. ISBN 91-7283-374-2.
- Kennedy, P.K. (2008). Practical and Scientific Aspects of Injection Molding Simulation. Eindhoven: Technische Universiteit Eindhoven. ISBN 978-90-386-1275-1.
- Kolitawong, C. (2003). A Sliding Plate Rheometer for Large Deformation Viscoelastic Measurements. The 17th Conference of Mechanical Engineering Network of Thailand, Prachinburi, Thailand, (October 15-17, 2003), pp.841-844, MM036.
- Kolitawong, C. and Giacomini, A.J. (2009). Sliding Plate Rheometer and its Applications. Journal of King Mongkut's University of Technology North Bangkok. 19(1): 109-115.
- Kolitawong, C. (2018). Rheology Property Testing of Shear Flows. Journal of Science Ladkrabang 27(2): 44-64. (in Thai).
- Leewuthinan, Suthinan (2009). Flow Analysis for Designing Coat Hanger Die for Rubber Sheets. Master Thesis, Department of Mechanical Engineering, King Mongkut's Institute of Technology North Bangkok, Thailand. (in Thai).
- Macosko, Christopher W. (1994). Rheology Principles, Measurements and Applications. New Yorks, USA: Wiley-VCH.
- Mazumdar, J. N. (1998). Biofluid mechanics. World Scientific. ISBN: 981-02-0927-4.
- Michaeli, Walter (1992). Extrusion Dies for Plastics and Rubber. Munich Vienna New York Barcelona: Hanser Publishers.
- Moldex3d/eDesign Reference Manual (2010). Ad hoc document, CoreTech System Co. Ltd., Document No. MDXR10.0-RM_100731-V1.
- Morrison, F. A. (2001). Understanding Rheology. New York: Oxford University Press.
- Munson, B. R., Young, D. F. and Okiishi, T. H. (2002). Fundamentals of Fluid Mechanics, 4th Ed. John Wiley and Sons.

Pritchard, Philip J. (2011). Fox and McDonald's Introduction to Fluid Mechanics, 8th Eds. John Wiley & Sons, Inc.

Tanner, R.I. (2002). Engineering Rheology, 2nd Ed. Oxford Engineering Science Series. Oxford University Press.

White, F. M. (2003). Fluid Mechanics, 4th Ed. New York: McGraw Hill.

Wollny, Klaus and Michale Ringhofer (2003). Time Temperature Superposition – Master Curve, Application Note Physica Rheometers.

Anton Paar Germany GmbH, (April 22, 2003). Available online at: http://www.mep.net.au/wpmep/wp-content/uploads/2014/01/TRL34_anpo03033e_c.pdf

